Vertroulik

basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN/
NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

TEGNIESE WISKUNDE V2

MEI/JUNIE 2025

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye, 'n 2 bladsy-inligtingsblad en 'n 25 bladsy- SPESIALE ANTWOORDEBOEK.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

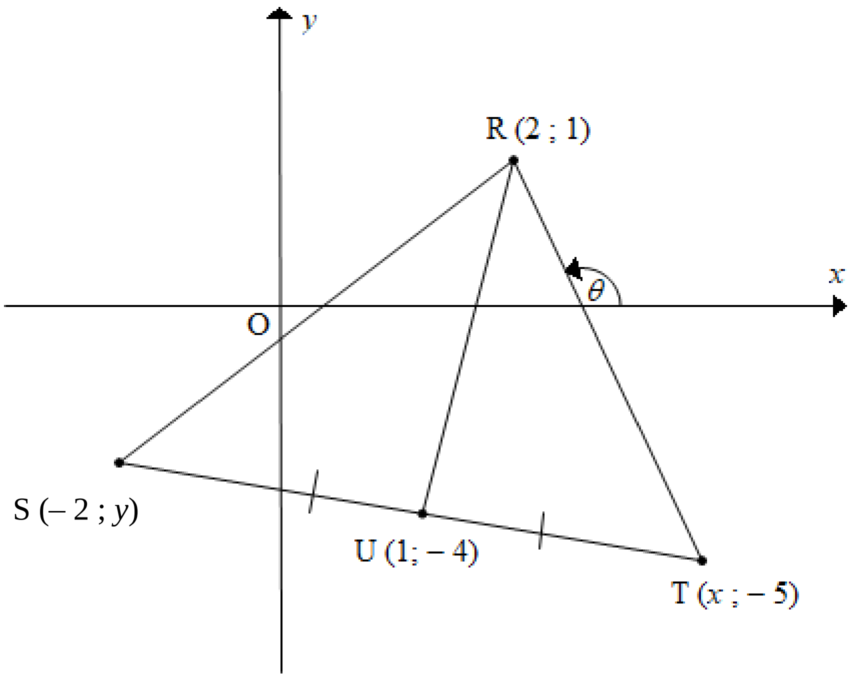
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die diagram hieronder toon ΔRST met hoekpunte R(2 ; 1), S(– 2 ; *y*) en T(*x* ; – 5).
Die inklinasiehoek van RT met die positiewe *x*-as is θ .
U(1 ; – 4) is die middelpunt van ST.
RU is getrek.

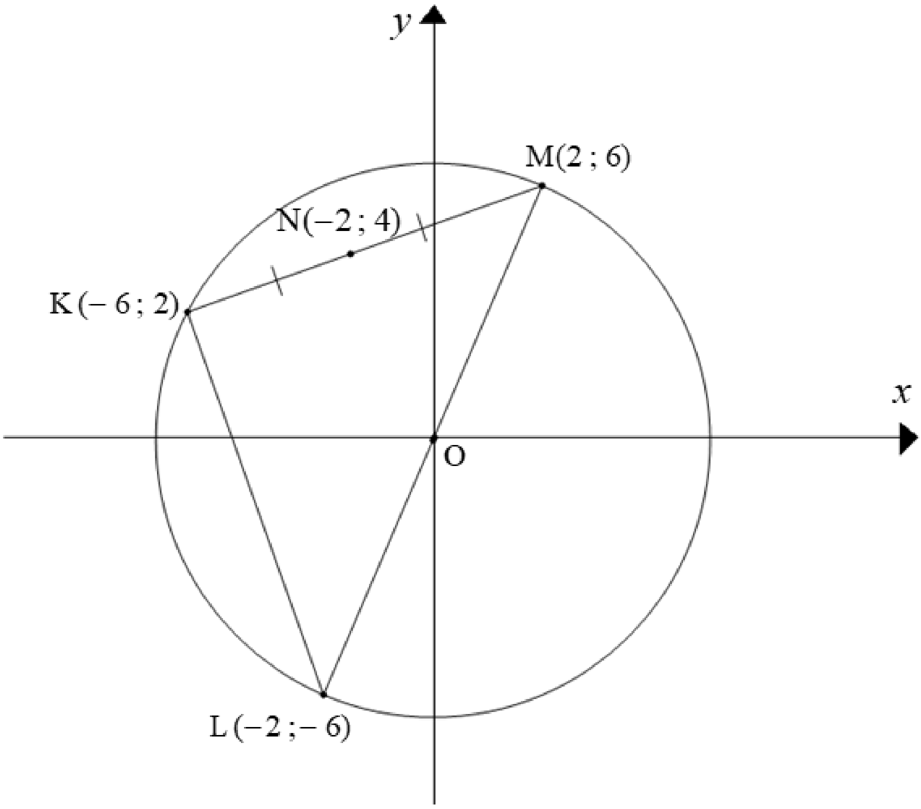


Bepaal:

1.1	Die lengte van RU (laat die antwoord in wortelvorm)	(2)
1.2	Die waardes van x en y	(2)
1.3	Die gradiënt van RT	(2)
1.4	Die grootte van θ	(3)
1.5	Die vergelyking van die sirkel met middelpunt O, wat deur punt S gaan	(2)
		[11]

VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel KLM met hoekpunte K(− 6 ; 2), L(−2 ; − 6) en M(2 ; 6), soos getoon.
Punt N(− 2 ; 4) is die middelpunt van KM.



2.1.1 Bepaal die vergelyking van die lyn ML. (3)

2.1.2 Toon, deur **analitiese meetkundemetodes** te gebruik, dat $KL \perp KM$. (4)

2.1.3 Toon dat $ON = \frac{1}{2}KL$. (3)

2.2 Skets die grafiek van die ellips gedefinieer deur $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$. (3)

[13]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $\hat{A} = 103°$ en $\hat{B} = 52°$

Gebruik 'n sakrekenaar en bepaal die waarde van:

3.1.1 $\tan(A + B)$ (2)

3.1.2 $\dfrac{2\operatorname{cosec} B}{\cos A}$ (3)

3.2 Gegee: $3\operatorname{cosec}\theta + 5 = 0$ en $\theta \in [90° ; 270°]$

3.2.1 Maak $\operatorname{cosec}\theta$ die onderwerp van die vergelyking. (1)

3.2.2 Bepaal vervolgens, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van $\cos\theta - \cot\theta$. (5)

3.3 Los op vir x:

$\sin 3x = -0{,}43$ en $3x \in [0° ; 360°]$ (5)

[16]

VRAAG 4

4.1 Voltooi:

4.1.1 Die reduksie: $\cos^2(180° + \alpha) = ...$ (1)

4.1.2 Die identiteit: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = ...$ (1)

4.2 Vereenvoudig:

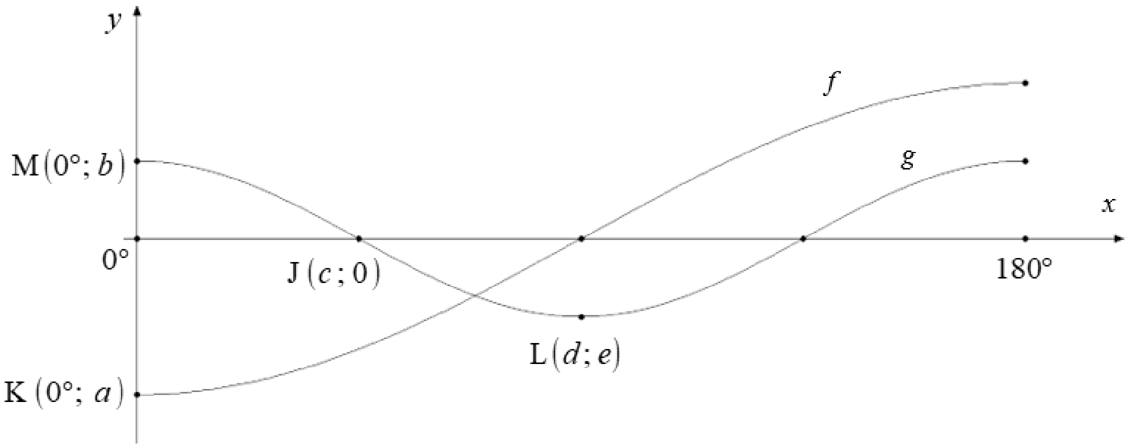
$$\frac{\tan(\pi - \alpha)\cdot\sqrt{1 - \sin^2\alpha}}{\cos^2(180° + \alpha) + \sin^2(360° - \alpha)}$$ (6)

4.3 Bewys die identiteit: $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta\cdot\sec^2\theta$ (4)

[12]

VRAAG 5

Die grafieke hieronder verteenwoordig die funksies gedefinieer deur $f(x) = -2\cos x$ en $g(x) = \cos 2x$ vir $x \in [0°\,;180°]$.
Punte $\mathrm{M}(0°; b)$ en $\mathrm{J}(c\,;0)$ is die y-afsnit en x-afsnit van g onderskeidelik.
$\mathrm{L}(d\,;e)$ is die draaipunt van g.
$\mathrm{K}(0°\,;a)$ is die y-afsnit van f.



Skryf neer:

5.1 Die waardes van a, b, c, d en e (5)

5.2 Die amplitude van f (1)

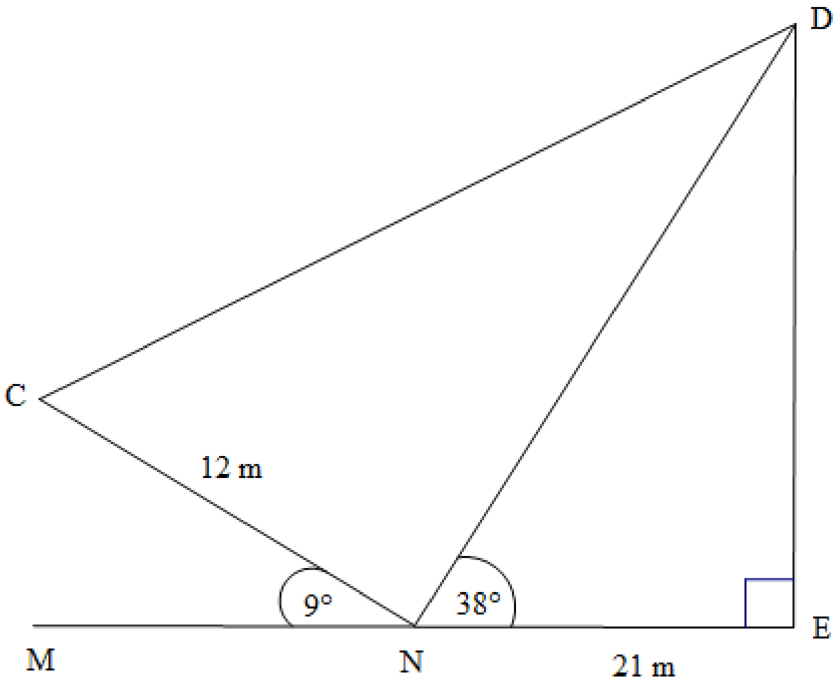
5.3 Die periode van g (1)

5.4 Die waarde(s) van x waarvoor $f(x) \times g(x) > 0$ (4)
[11]

VRAAG 6

Die diagram hieronder toon twee driehoeke, ΔNDE en ΔCDN.

In ΔNDE is $NE = 21$ m, $D\hat{N}E = 38°$ en $\hat{E} = 90°$.
EN is verleng na M.
CN = 12 m
$C\hat{N}M = 9°$

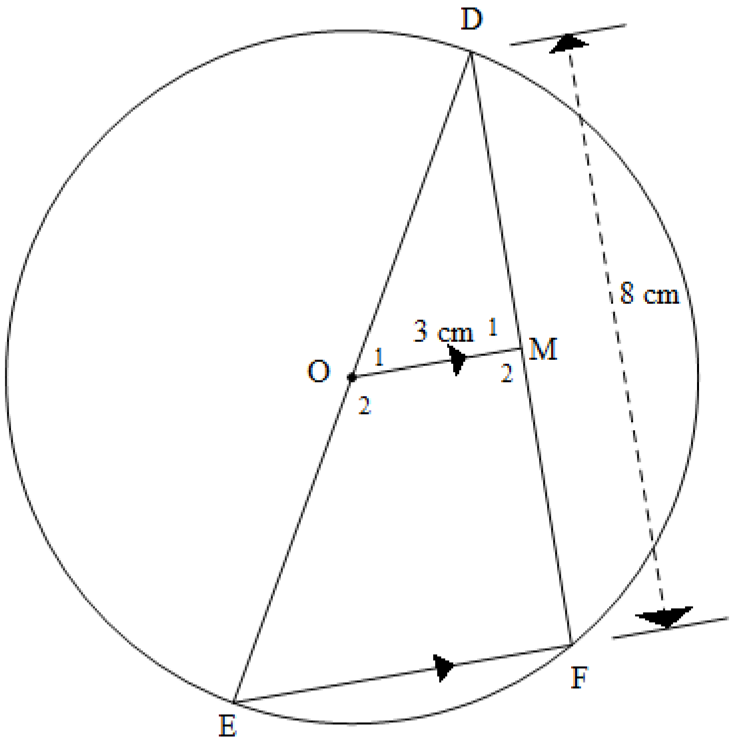


6.1	Bepaal die lengte van ND.	(3)
6.2	Bereken die grootte van $C\hat{N}D$.	(1)
6.3	Bepaal die lengte van CD.	(4)
6.4	Bepaal die oppervlakte van ΔCDN.	(3)
		[11]

Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 7, 8 en 9.

VRAAG 7

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel DEF.
DE is 'n middellyn en M is 'n punt op DF sodat OM || EF.
DF = 8 cm en OM = 3 cm.



7.1 Gee 'n rede waarom $\hat{F} = 90°$. (1)

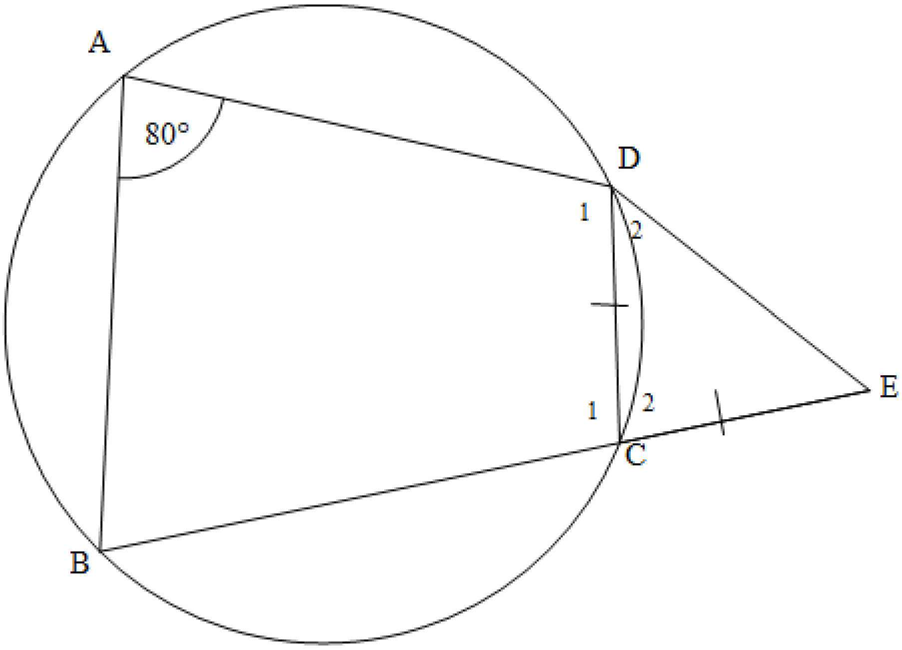
7.2 Noem, met 'n rede, 'n ander regte hoek in die diagram. (2)

7.3 Gee 'n rede waarom DM = MF. (1)

7.4 Bereken, met redes, die lengte van die middellyn van die sirkel. (4)
[8]

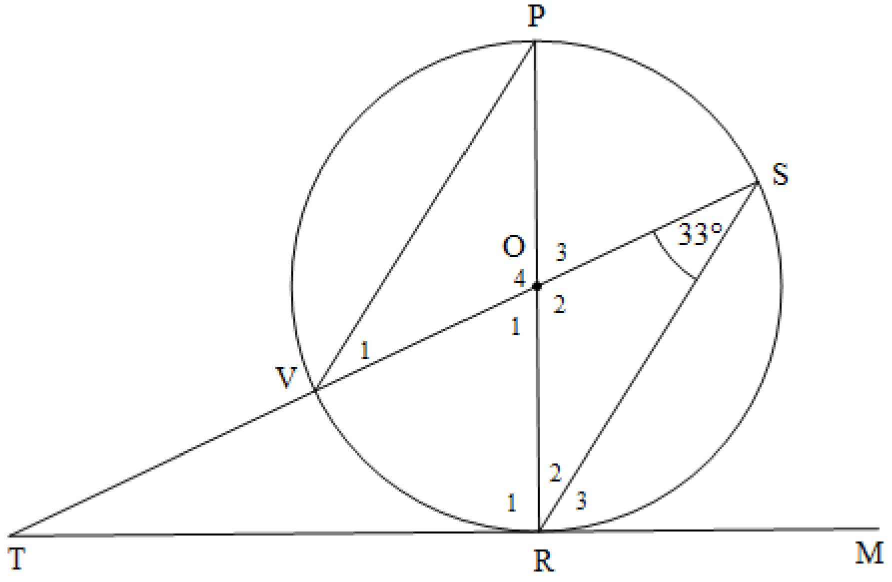
VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is ABCD 'n koordevierhoek.
BC is verleng om DE by E te ontmoet sodat DC = CE.
$\hat{A} = 80°$



Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{E}$. (6)

8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel PVRS.
PR en SV is middellyne.
Die raaklyn MR aan die sirkel by R ontmoet SV verleng by T.
$R\hat{S}V = 33°$



8.2.1 Bereken, met redes, die groottes van die volgende hoeke:

(a) $\hat{P}$ (2)

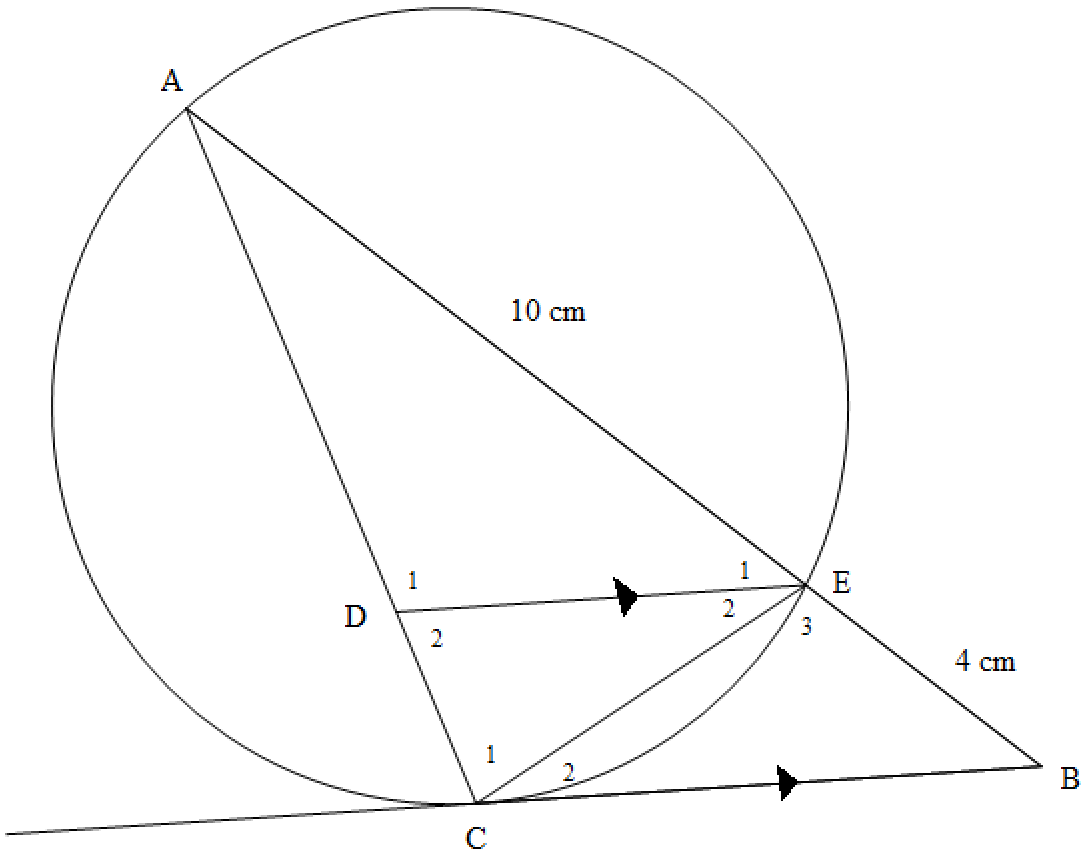
(b) $\hat{O}_1$ (2)

(c) $\hat{T}$ (3)

8.2.2 Toon dat PV || SR. (3)
[16]

VRAAG 9

In die diagram hieronder is A, E en C punte op die sirkel.
Raaklyn CB ontmoet AE verleng by B.
D is 'n punt op AC sodat DE || CB.
AE = 10 cm en BE = 4 cm.



9.1 Toon dat $\Delta ABC \parallel\!\mid \Delta CBE$. (4)

9.2 Toon vervolgens, met 'n rede, dat $BC^2 = AB \cdot BE$. (2)

9.3 Bereken vervolgens die lengte van BC. (2)

9.4 Bereken, met redes:

9.4.1 $\dfrac{AD}{AC}$ (3)

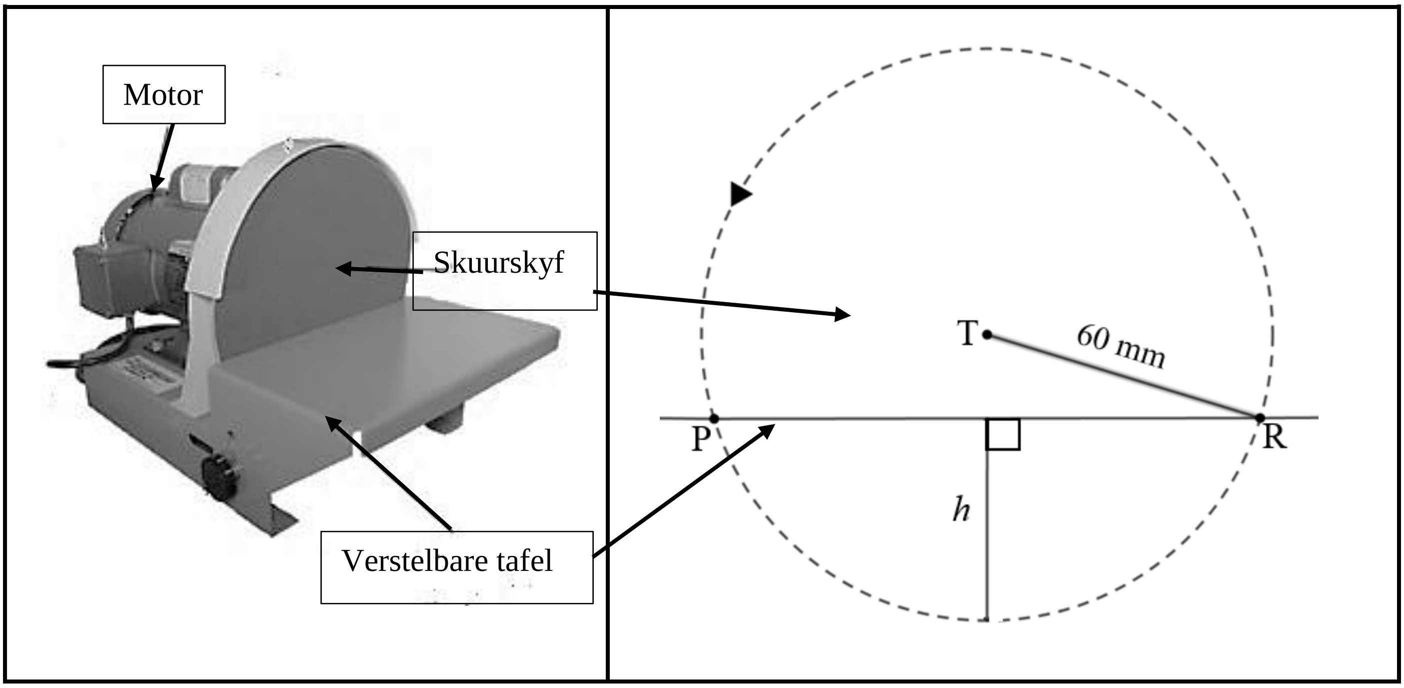
9.4.2 $\dfrac{AC}{CE}$ (3)

[14]

VRAAG 10

10. 1 Die prentjie hieronder toon 'n industriële houtskuurmasjien. Die motor veroorsaak dat die skuurskyf teen verskillende snelhede roteer. Die diagram langsaan beeld die sirkelvormige baan uit wanneer die skyf (met middelpunt T) roteer en koord PR beeld die hoogte uit waarop die verstelbare tafel gestel is.

- 'n Deeltjie op die omtrek van die skuurskyf roteer teen 'n omtreksnelheid van 1 200 cm/min.
- Die radius TR van die skyf is 60 mm.
- h verteenwoordig die kleiner hoogte van die segment in verhouding tot koord PR.



10.1.1 Herlei die radius van 60 mm na meter. (1)

10.1.2 Skryf vervolgens, in meter, die lengte van die middellyn van die skyf neer. (1)

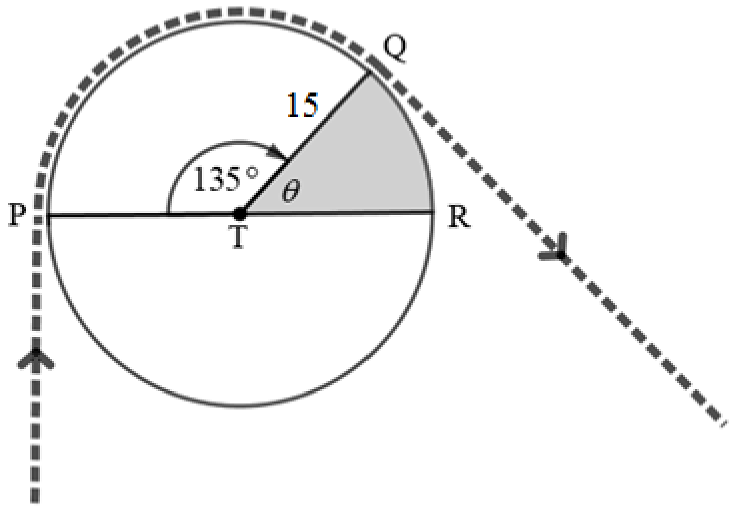
10.1.3 Herlei die omstreksnelheid van 1 200 cm/min na m/s. (2)

10.1.4 Bepaal vervolgens die hoeksnelheid van die skyf in radiale per sekonde. (3)

10.1.5 Indien daar verder gegee word dat PR = 115 mm, bepaal die waarde van h in mm. (4)

10.2 Die prentjie hieronder toon 'n katrolstelsel wat gebruik word om water uit 'n put te skep. Die diagram onder die prentjie beeld hierdie scenario uit.

- Die katrol het 'n middelpunt T en 'n radius van 15 cm.
- Kleinboog PQ, onderspan deur 'n sentrale hoek van 135º, is in kontak met die tou.
- Die gearseerde sektor QTR het 'n sentrale hoek van θ .
- PTR is 'n middellyn van die sirkel.



10.2.1 Herlei 135° na radiale. (1)

10.2.2 Bereken vervolgens die lengte van kleinboog PQ. (3)

10.2.3 Bereken die waarde van θ . (1)

10.2.4 Bereken vervolgens die oppervlakte van die gearseerde sektor QTR. (3)

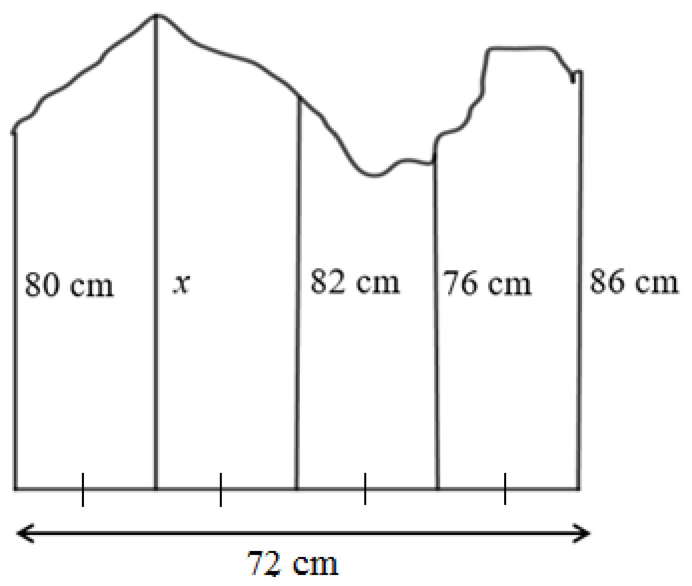
10.2.5 Die katrol maak 24 omwentelings sodat die emmer die water onder in die put kan bereik. Die lengte van die tou moet 3 m langer wees om water uit die put te skep.

Bepaal die lengte van die tou. (6)

[25]

VRAAG 11

11.1 Die diagram hieronder toon 'n onreëlmatige vorm met een reguit sy van 72 cm, wat in 4 gelyke dele verdeel is. Die ordinate wat hierdie dele verdeel, is 80 cm, x cm, 82 cm, 76 cm en 86 cm onderskeidelik.

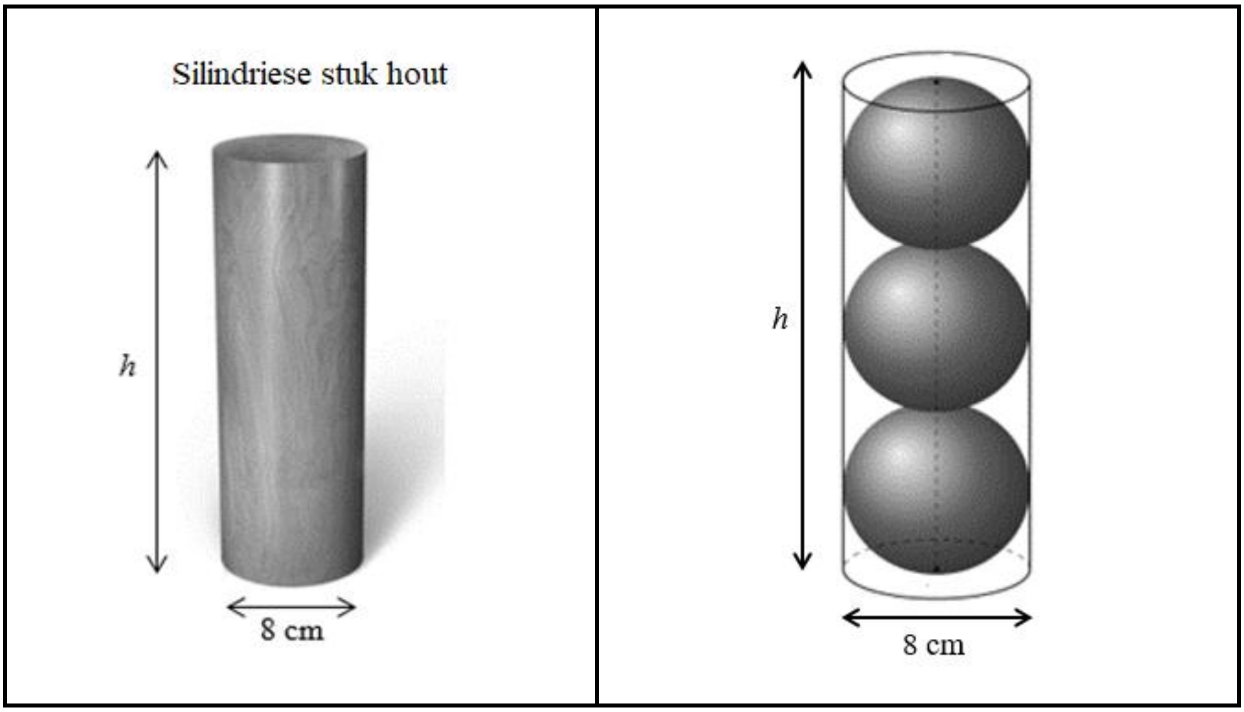


11.1.1 Bereken die waarde van die wydte van elke gelyke deel. (1)

11.1.2 Bepaal vervolgens die waarde van x deur die middel-ordinaatreël te gebruik, as die oppervlakte van die onreëlmatige figuur 5 940 cm^2 is. (4)

11.2 Die prentjie hieronder toon 'n silindriese stuk hout wat gekerf word om 3 identiese sfere te vorm, soos in die diagram langsaan getoon.

- Die middellyn van elke sfeer is 8 cm en is gelyk aan die middellyn van die silinder.
- Die 3 sfere, op mekaar gestapel, is gelyk aan die hoogte van die silinder, *h*.



Formules:

Buite-oppervlakte van silinder $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$

Volume van silinder $= \pi r^2 h$

Volume van sfeer $= \dfrac{4}{3}\pi r^3$

11.2.1 Bereken die waarde van h, die vertikale hoogte van die silinder. (1)

11.2.2 As die massa van die silinder 1,5 kg is, bepaal die massa van die hout wat afgekerf word (nie gebruik word nie) om die 3 sfere te vorm. (7)
[13]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b\,, \quad a > 0,\ a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni) \qquad A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int k x^n dx = \frac{k x^{n+1}}{n+1} + C \quad , \ n, k \in \mathbb{R} \quad \text{waar } n \neq -1 \text{ en } k \neq 0$$

$$\int \frac{k}{x} dx = k \ln x + C \quad , \ x > 0 \text{ en } k \in \mathbb{R}\ ;\ k \neq 0$$

$$\int k a^{nx} dx = \frac{k a^{nx}}{n \ln a} + C \quad , \ a > 0\ ;\ a \neq 1 \text{ en } k, a \in \mathbb{R}\ ;\ k \neq 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2}\ ;\ \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \tan\theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \Delta ABC: \ \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte van } \Delta\, ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$\pi\, rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi D n$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \omega r$ waar ω = hoeksnelheid en r = radius

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{rs}{2}$ waar r = radius, s = booglengte

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a\left(m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n\right)$ waar $a =$ lengte van die gelyke dele, $m_1 = \dfrac{o_1 + o_2}{2}$
$o_n = n^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate

OF

$A_T = a\left(\dfrac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + ... + o_{n-1}\right)$ waar $a =$ lengte van die gelyke dele, $o_n = n^{de}$ ordinaat en $n =$ aantal ordinate